**V206: Die Wärmepumpe**

Protokoll zum Versuch des Anfängerpraktikums für Medizinphysiker  
Technische Universität Dortmund

**Michelle Wendler & Phuong Quynh Ngo**Gruppe 4

Versuchsdatum: 12.12.2019  
Protokoll verfasst am: 04.01.2020

**michelle.wendler@tu-dortmund.de  
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de**

**1 Ziel des Versuches**

Bei diesem Versuch soll der Wärmetransport zwischen zwei Wärmereservoiren, mit Hilfe einer Wärmepumpe, untersucht werden. Hierbei soll dieser Wärmetransport entgegen der Richtung des Wärmeflusses stattfinden. Zudem werden die Güteziffer und der Massendurchsatz der Wärmepumpe untersucht.

**2 Theorie**

Wärme, eine Form von Energie, breitet sich entlang eines Temperaturgradienten von der höheren Temperatur zur niedrigeren aus. Dieser Vorgang lässt sich jedoch umkehren, indem zusätzliche Energie, z.B. in Form von mechanischer Arbeit, aufgewendet wird.

**2.1 Güteziffer der Wärmepumpe**

Die Güteziffer beschreibt das Verhältnis zwischen der Transportieren Wärmemenge und der dazu aufgewendeten Arbeit . Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik wird entnommen, dass bei der Betrachtung eines idealen Vorgangs, bei dem die Wärmeübertragung reversibel verläuft, die Güteziffer der Quotient aus der Transportierten Wärmemenge und der verrichteten Arbeit ist

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 1 ) |

Nach dieser Beziehung ist der Arbeitsaufwand für die Pumpe umso kleiner, desto kleiner die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Reservoiren ist.

Für eine reale Wärmepumpe folgt aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik die Beziehung

( 2 ) zwischen den Wärmemengen und Temperaturen in den jeweiligen Reservoiren

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 2 ) |

da bei dieser nicht davon ausgegangen werden kann, dass sich während des Wärmetransportes die Temperaturen innerhalb der Reservoire nicht ändern. Somit ist der Vorgang realistisch betrachtet irreversibel.

Um die Güteziffer einer realen Wärmepumpe zu bestimmen, wird der Differentialquotient für ein bestimmtes Zeitintervall benötigt. Mit diesem wird die pro Zeiteinheit gewonnene Wärmemenge berechnet

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 3 ) |

Hierbei ist die Wärmekapazität des Wassers im Reservoire 1 und die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers. Für die reale Güteziffer ergibt sich damit die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 4 ) |

Dabei ist die gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors der Wärmepumpe.

**2.2 Massendurchsatz der Wärmepumpe**

Der Massendurchsatz einer Wärmepumpe bezüglich des Reservoire 2 wird mit Hilfe der abgegebenen Wärmemenge pro Zeit nach der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 5 ) |

und der Beziehung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 6 ) |

berechnet. Damit folgt für den Massendurchsatz die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 7 ) |

bezeichnet hierbei die bekannte Verdampfungswärme.

**2.3 mechanische Kompressorleistung**

Für die Arbeit , die der Kompressor leistet, gilt bei Verringerung des Gasvolumens von auf die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 8 ) |

wobei den Druck beschreibt. Bei der Annahme, dass die Kompression des Gases im Kompressor adiabatisch erfolgt, kann man bei der Berechnung der mechanischen Kompressorleistung die Beziehung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 9 ) |

ausnutzen. Bei einem adiabatischen Prozess wird dabei keinerlei Wärme des Systems mit seiner Umgebung ausgetauscht. Somit folgt für die Kompressorleisung die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 10 ) |

mit der Dichte des Gases .

**2.4 Wärmepumpe**

Ein schematischer Aufbau einer Wärmepumpe ist in Abbildung 1 dargestellt.

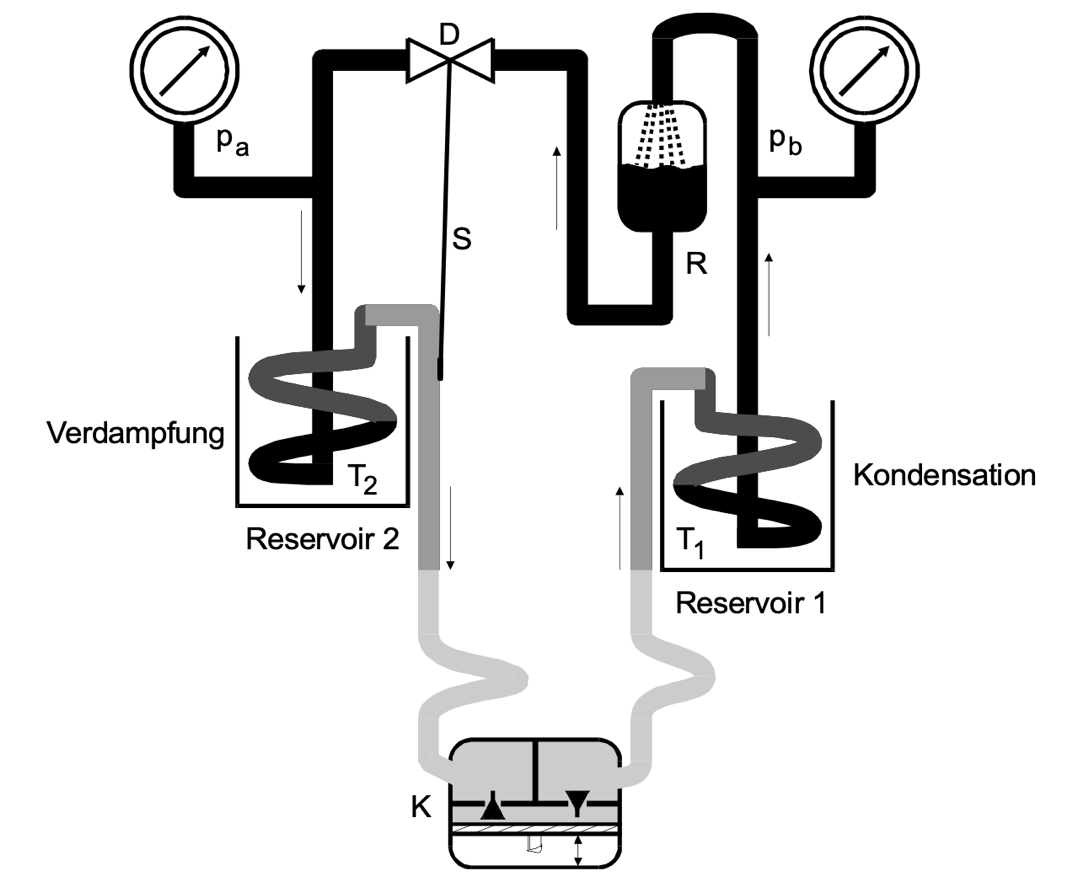


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Wärmepumpe [1]

Das Gas, welches bei einer Wärmepumpe genutzt wird, ist ein reales Gas, das während des Verdampfens Wärme aufnimmt und bei der Verflüssigung diese Wärme wieder abgibt. Hierbei wird Wärme also in Form von „Phasenumwandlungsenergie“ transportiert. Somit sollte dieses Gas eine möglichst hohe Kondensationswärme besitzen.

Der Kompressor K erzeugt in der Wärmepumpe eine adiabatische Kompression des Gases und einen Kreislauf. Zwischen den Reservoiren 1 und 2 befindet sich ein Drosselventil D, welches druckabhängig das Gas durchströmen lässt. Dort baut sich ein Druckunterschied auf.

In dem Reservoire 1 mit der Temperatur und dem Druck ist das Gas flüssig. In dem gegenüberliegenden Reservoire mit der Temperatur und dem Druck ist das Gas gasförmig. Nachdem das Gas durch das Drosselventil fließt, und in Reservoire 2 verdampft, nimmt es dort die Verdampfungswärme auf, indem es dort dem Wasser diese Wärmemenge entzieht. Reservoire 2 ist das wärmespendende, kältere Gefäß. Anschließend strömt das Gas durch den Kompressor und wird dort adiabatisch komprimiert, wobei es sich stark erwärmt. Der Druck , welcher sich durch die Komprimierung im Reservoire 1 ergibt, steigt solange an, bis sich das Gas dort wieder verflüssigt und die aufgenommene Wärmemenge an das dort befindliche Wasser abgibt.

Im „Reiniger“ R wird das verflüssigte Gas von Gasresten getrennt, damit es blasenfrei durch das Drosselventil fließen kann. Die Steuervorrichtung S reguliert das Drosselventil, in dem es Abhängig von der Temperaturdifferenz zwischen Eingang und Ausgang des Reservoirs 2, dieses öffnet und schliesst.

**3 Durchführung**

In Abbildung 2 ist ein schematischer Aufbau der kompletten Messapparatur dargestellt.

Ein Bild, das Text, Karte enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Abbildung 2: Schematischer Aufbau der kompletten Messapparatur [1]

Zunächst wird die Wärmekapazität der Kupferschlange und der Reservoire notiert. Als nächstes werden beide Behälter mit 3 Liter Wasser befüllt. Die Behälter werden an der Wärmepumpe angebracht und mit einem Deckel verschlossen. Vor dem Einschalten des Kompressors werden alle Temperaturen und Drücke notiert. Nachdem der Kompressor angeschaltet wird, werden im Minutentakt die Temperaturen und Drücke in den Reservoiren, sowie die Leistungsaufnahme des Kompressors in Abhängigkeit der Zeit notiert. Die Drücke werden von den Manometern abgelesen, die Temperaturen von den Thermometern. Die Messung wird abgebrochen, sobald das Wasser in Reservoire 1 eine Temperatur von erreicht hat.

**4 Auswertung/Ergebnisse**

**4.1 Darstellung der Temperaturverläufe (Aufgabe a))**

Die aufgenommenen Daten sind in Tabelle 1 dargestellt. Dabei werden die zu den Berechnungen benötigten Größen in SI-Einheiten umgerechnet und auf die Drücke 1 bar addiert. Zudem wird in der Tabelle die quadrierte Zeit und der Logarithmus des Druckes aufgezeigt, da diese für weitere Berechnungen benötigt werden.

Tabelle 1: gemessene und berechnete Werte

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | [ | [Pa] | [Pa] | [K] | [K] | [W] |  |
| 0 | 0 | 52000 | 50000 | 294.65 | 294.85 | 125 | 10.81977828 |
| 60 | 3600 | 44000 | 70000 | 295.25 | 294.95 | 120 | 11.15625052 |
| 120 | 14400 | 47000 | 75000 | 298.95 | 294.85 | 125 | 11.22524339 |
| 180 | 32400 | 46000 | 80000 | 302.05 | 294.75 | 125 | 11.28978191 |
| 240 | 57600 | 48000 | 85000 | 304.45 | 294.25 | 127 | 11.35040654 |
| 300 | 90000 | 44000 | 90000 | 306.65 | 293.25 | 127 | 11.40756495 |
| 360 | 129600 | 41200 | 94000 | 308.75 | 292.35 | 127 | 11.45105006 |
| 420 | 176400 | 40800 | 99000 | 310.85 | 291.45 | 127 | 11.50287513 |
| 480 | 230400 | 40000 | 102000 | 312.65 | 290.55 | 127 | 11.53272809 |
| 540 | 291600 | 39000 | 109000 | 314.45 | 289.75 | 130 | 11.59910316 |
| 600 | 360000 | 38000 | 112000 | 316.45 | 288.95 | 130 | 11.62625415 |
| 660 | 435600 | 37800 | 120000 | 318.25 | 288.15 | 132 | 11.69524702 |
| 720 | 518400 | 36000 | 125000 | 320.15 | 287.35 | 132 | 11.73606902 |
| 780 | 608400 | 35800 | 130000 | 321.95 | 286.65 | 134 | 11.77528973 |
| 840 | 705600 | 34400 | 135000 | 323.65 | 285.95 | 135 | 11.81303006 |
| 900 | 810000 | 34000 | 140000 | 325.25 | 285.25 | 120 | 11.8493977 |
| 960 | 921600 | 33500 | 145000 | 326.85 | 284.55 | 124 | 11.88448902 |
| 1020 | 1040400 | 32000 | 150000 | 328.35 | 283.95 | 124 | 11.91839057 |
| 1080 | 1166400 | 31800 | 153000 | 329.75 | 283.35 | 122 | 11.9381932 |
| 1140 | 1299600 | 30500 | 159000 | 330.95 | 282.75 | 124 | 11.97665948 |

Die Temperaturverläufe sind in Abbildung 3 grafisch dargestellt.

Abbildung 3: Temperaturverläufe der Reservoire

**4.2 Nicht-lineare Ausgleichsrechnung der Temperaturverläufe (Aufgabe b))**

Eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung der Temperatur wird mit Hilfe von EXCEL über die Näherungsfunktion

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 11 ) |

durchgeführt.

Somit ergeben sich für das erste Reservoire für die Temperatur folgende Parameter

.

Für das zweite Reservoire für die Temperatur ergeben sich folgende Parameter

.

**4.3 Bestimmung der Differentialquotienten (Aufgabe c))**

Um die Differentialquotienten und für vier verschiedene Temperaturen zu berechnen, wird Formel ( 11 ) nach der Zeit abgeleitet. Demnach ergibt sich für die Differentialquotienten die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 12 ) |

Für die beiden Reservoire ergeben sich somit für die vier Messzeiten 300 s, 600 s, 900 s und 1140 s folgende Steigungen und zugehörige Fehler:

Tabelle 2: Differentialquotient für

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 300 | 306,65 | 0,0381 | 1,8524 |
| 600 | 316,45 | 0,0379 |  |
| 900 | 325,25 | 0,0377 | 1,8897 |
| 1140 | 330,95 | 0,0376 | 1,9012 |

Tabelle 3: Differentialquotient für

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 300 | 293,25 | -0,012484 | 1,5741 |
| 600 | 288,15 | -0,012486 | 1,5652 |
| 900 | 285,25 | -0,012486 | 1,5602 |
| 1140 | 282,75 | -0,012487 | 1,5559 |

Hierbei wird der Fehler über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 13 ) |

berechnet.

**4.4 Bestimmung der Güteziffer (Aufgabe d))**

Die reale Güteziffer der Wärmepumpe wird nach Formel ( 4 ) für berechnet. Der dazugehörige Fehler wird mit Hilfe der Gauß´schen Fehlerfortpflanzung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 14 ) |

berechnet.

Die ideale Güteziffer wird über Formel ( 1 ) errechnet.

Zunächst wird die gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors nach der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 15 ) |

ermittelt. Der dazugehörige Fehler wird über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 16 ) |

für die Standardabweichung berechnet.

Somit ergibt sich diese zu

Die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Behälters beträgt . Die Wärmekapazität des Wassers beträgt . Der Wert für die spezifische Wärmekapazität des Wassers wird hierbei [2] entnommen.

Die berechneten Werte für die Güteziffern der vier Temperaturen sind in Tabelle 4 aufgeführt.

Tabelle 4: Berechnete Güteziffern der Wärmepumpe

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | Abweichung |
| 300 | 3,99 | 0,2699 | 22,88 | 47,34 |
| 600 | 3,97 | 0,2713 | 11,18 | 18,16 |
| 900 | 3,95 | 0,2727 | 8,13 | 10,59 |
| 1140 | 3,94 | 0,2736 | 6,87 | 7,44 |

**4.5 Bestimmung des Massendurchsatzes (Aufgabe e))**

Um den Massendurchsatz berechnen zu können, muss zunächst die Verdampfungswärme L nach der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 17 ) |

bestimmt werden. Hierbei ist die Steigung der Geraden und die allgemeine Gaskonstante. Hierzu wird zuerst gegen für alle gemessenen Werte aufgetragen. Anschließend wird über Excel mit Hilfe der RGP()-Funktion eine lineare Regression durchgeführt. Damit ergeben sich für die beiden Parameter und der allgemeinen Geradengleichung Werte von

K

.

Die Verdampfungswärme ergibt sich zu

Der zugehörige Fehler wird hier ebenfalls mit Hilfe der Gauß’schen Fehlerfortpflanzung ( 14 ) berechnet.

Abbildung 4: Lineare Regression zur Bestimmung der Verdampfungswärme

Der Massendurchsatz wird nun mit Formel ( 7 ) für die vier ausgewählten Temperaturen berechnet und in Tabelle 5 aufgeführt. Der zugehörige Fehler wird über die Gauß´sche Fehlerfortpflanzung ermittelt.

Tabelle 5: Berechneter Massendurchsatz der Wärmepumpe

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 300 | -0,012484 | 0,9515 | 0,11997 |
| 600 | -0,012486 | 0,9516 | 0,11929 |
| 900 | -0,012486 | 0,9516 | 0,11929 |
| 1140 | -0,012487 | 0,9517 | 0,11858 |

**4.6 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung (Aufgabe f))**

Die abgegebene mechanische Kompressorleistung wird mit Hilfe von Formel ( 10 ) berechnet. Um die Dichte des Gases zu berechnen, wird die ideale Gasgleichung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

genutzt:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

mit

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Somit folgt mit und für die Dichte des Gases die Gleichung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 18 ) |

Die Werte für , K, bar und werden aus der Versuchsanleitung [1] entnommen.

Somit ergeben sich jeweils die in Tabelle 6 aufgeführten mechanischen Kompressorleistungen für die vier Temperaturen.

Tabelle 6: mechanische Kompressorleistung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 300 | 12,165 | 1,534 |
| 600 | 18,525 | 2,322 |
| 900 | 24,455 | 3,066 |
| 1140 | 28,603 | 3,564 |

Um den reziproken Wirkungsgrad des Kompressors zu berechnen, wird die abgegebene mechanische Kompressorleistung gemittelt. Damit berechnet sich dieser nach zu 605,87 %.

**5 Diskussion**

Zunächst einmal lässt sich sagen, dass die Annahmen von adiabatischen und reversiblen Prozessen bei diesem Versuch wage sind. Ein Wärmeaustausch mit der Umgebung lässt sich nicht vollständig verhindern. Zum einen, da die Isolierungen diesen nicht vollständig verhindern, zum anderen, da die Deckel der Wasserbehälter recht lose aufliegen. Zudem könnten die Einschnitte in den Deckeln für die Kabel ein Grund für den Wärmeaustausch sein. Dadurch steigt die Temperatur des kälteren Gefäßes und die Temperatur des Wärmeren sinkt.

Dieser Wärmeaustausch mit der Umgebung beeinflusst unter anderem die errechneten Güteziffern. Die Abweichungen der realen von den idealen Güteziffern (47,34%, 18,16%, 10,58% und 7,44%) entstehen durch die Annahme, dass der Prozess des Wärmetransportes in der Wärmepumpe reversibel ist und dadurch mit Hilfe der Formel für eine ideale Wärmepumpe berechnet werden kann. Diese Annahme kann nicht getroffen werden, da der Prozess in einer realen Wärmepumpe durch Wärmeaustausch mit der Umgebung irreversibel ist.

Dadurch, dass das kältere Gefäß Wärme aus der Umgebung aufnimmt und das wärmere Gefäß Wärme abgibt kommt es zu Druckverlusten-, bzw. zunahmen. Die Manometer sind recht grob gegliedert, was zu einer ungenauen Ablesung der Drücke führen kann. Beides hat Auswirkungen auf die Verdampfungswärme, die mechanische Kompressorleistung und den Massendurchsatz.

Der unrealistische reziproke Wirkungsgrad des Kompressors von 605,87% lässt sich ebenfalls durch die zuvor genannten Gründe erklären.

Zusammenfassend ist dieser Versuch sehr anfällig für Verfälschungen durch reale Umstände.

**6 Literatur**

[1] Versuchsanleitung V206: Die Wärmepumpe

Stand: 10.12.19

[2] spezifische Wärmekapazitäten

https://www.chemie.de/lexikon/Spezifische\_Wärmekapazität.html

Stand: 04.01.20